

ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ-2021

Нормативні документи

- ✓ Наказ МОН України від 09.07.2019 № 945 «Деякі питання проведення в 2021 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти»
- ✓ Календарний план підготовки та проведення зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти, затверджений наказом Міністерства освіти і науки України від 30.09.2020 № 1210 «Про підготовку та проведення в 2021 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти»

до 25 жовтня 2020 року заклади освіти повинні оновити інформацію в довіднику, що міститься в інформаційно-телекомунікаційній системі Українського центру оцінювання якості освіти (сторінка «Керівникам закладів освіти» на сайті Київського РЦОЯО)

ЗНО-2021

ОСНОВНА СЕСІЯ

21.05 - 15.06.2021

Додаткова сесія

29.06 - 16.07.2021

ЗНО–2021



ГРАФІК ПРОВЕДЕННЯ

хімія	21 травня
іспанська мова	24 травня
німецька мова	24 травня
французька мова	24 травня
англійська мова	25 травня
математика	28 травня
українська мова	01 червня
українська мова і література	01 червня
історія України	04 червня
фізика	07 червня
біологія	10 червня
географія	15 червня

ЗНО-2021

Для учнів (слухачів, студентів), які складатимуть державну підсумкову атестацію у формі зовнішнього незалежного оцінювання:

- **01.02 - 01.03.2021** - подання закладами освіти реєстраційних документів учасників для участі у зовнішньому незалежному оцінюванні
- **01.02 - 05.03.2021** - унесення змін до реєстраційних даних (перереєстрація)

ЗНО-2021

ДПА у формі ЗНО

для
учнів
(слухачів,
студентів)

ЗЗСО

ЗВО

ЗПО

українська мова

математика

історія України/іноземна мова

один предмет з переліку (історія України, біологія, географія, фізика, хімія, англійська мова, іспанська мова, німецька мова, французька мова) за вибором учня, студента

ЗНО-2021

ЗНО/ДПА на
інформаційних
сторінках учасників

РЕЗУЛЬТАТИ

ДПА в електронному
варіанті на сторінках
закладів освіти


- ✓ до **4.06.2021** з хімії
- ✓ до **18.06.2021** з іноземних мов
- ✓ до **22.06.2021** з математики, фізики
- ✓ до **25.06.2021** з української мови, української мови і літератури, історії України, біології
- до **30.06.2021** з географії

ДПА/ЗНО-2021 МАТЕМАТИКА




Реєстрація на ДПА у формі ЗНО з математики залежить від рівня, на якому цей предмет вивчався (рівень стандарту чи профільний рівень), та кінцевої мети використання результатів

Два окремих зошити

 <p>УКРАЇНСЬКИЙ ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ</p>	ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ 2021	Зошит 1
СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ (рівень стандарту) Час виконання – 150 хвилин		
<p>Робота складається з 28 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–26 Ви маєте позначити в бланку А. Розв'язання завдань 27, 28 Ви маєте записати в бланку Б.</p> <p>Результат виконання всіх завдань сертифікаційної роботи буде зараховано як результат державної підсумкової атестації рівня стандарту.</p>		

Рівень стандарту
Тестовий зошит налічує
28 завдань різних форм
Час виконання – **150 хвилин**

 <p>УКРАЇНСЬКИЙ ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ</p>	ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ 2021	Зошит 1
СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ (рівень стандарту та профільний рівень) Час виконання – 210 хвилин		
<p>Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку А. Розв'язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках Б та В.</p> <p>Результат виконання завдань 1–26, 30 і 31 сертифікаційної роботи буде зараховано як результат державної підсумкової атестації рівня стандарту, а виконання всіх завдань – профільного рівня.</p> <p>Результат виконання всіх завдань сертифікаційної роботи буде використано під час прийому до закладів вищої освіти.</p>		

Рівень стандарту та профільний рівень
Тестовий зошит налічує
34 завдання різних форм
Час виконання – **210 хвилин**

ДПА/ЗНО-2021

математика

Дворівневі тести



Здобувач/здобувачка повної загальної середньої освіти, який/яка цього року вивчав/вивчала математику

на рівні стандарту
отримує результат ДПА
з математики (1-12 балів)
за рівень стандарту

на профільному рівні
отримує результат ДПА
з математики (1-12 балів)
за профільний рівень

НЕ планує вступати до закладу вищої освіти, для вступу до якого потрібно скласти математику

складає тест, що містить завдання, спрямовані на оцінювання базових компетентностей з математики

(ДПА 1-12 балів)

Планує вступати до закладу вищої освіти, для вступу до якого потрібно скласти математику

складає тест, що містить завдання спрямовані на оцінювання базових компетентностей з математики, а також завдання поглибленого рівня

(ДПА 1-12 балів/ЗНО 100-200)

незалежно від того планує або не планує вступати до закладу вищої освіти, для вступу до якого потрібно скласти математику

складає тест, що містить завдання, спрямовані на оцінювання базових компетентностей з математики, а також завдання поглибленого рівня

(ДПА 1-12 балів/ЗНО 100-200)

ДПА/ЗНО-2021

математика

Здобувачі повної загальної середньої освіти складають ДПА у формі ЗНО та не планують отримати результати ЗНО з математики

Навчались у класах не математичного профілю – складають ДПА за сертифікаційною роботою із завданнями рівня стандарту

Отримують оцінку тільки за ДПА за шкалою 1-12 балів за виконання 28 завдань

Час виконання - 150 хв


Результату ЗНО у шкалі від 100 до 200 балів не отримують!

ДПА/ЗНО-2021

математика




Здобувачі повної загальної середньої освіти складають ДПА у формі ЗНО та виявили бажання отримати результати ЗНО

 Навчались у класі математичного профілю – складають ДПА за сертифікаційною роботою із завданнями рівня стандарту і профільного рівня

Отримують оцінку за шкалою **1-12 балів (ДПА)** за виконання **34 (всіх) завдань**
Результат за шкалою **100-200 (ЗНО)** за виконання **34 (всіх) завдань**

Час виконання – **210 хв**

 Навчались у класах не математичного профілю – складають ДПА за сертифікаційною роботою із завданнями рівня стандарту і профільного рівня

Отримують оцінку за шкалою **1-12 балів (ДПА)** за виконання **28 завдань**
Результат за шкалою **100-200 (ЗНО)** за виконання **34 (всіх) завдань**

Час виконання – **210 хв**

Особливості ДПА/ЗНО-2021 з математики

	2020	2021	
	Один тестовий зошит	Зошит рівня стандарту	Зошит рівня стандарту та профільного рівня
Час виконання (хв)	180	150	210
Кількість завдань ЗНО	35	28	34

ДПА/ЗНО-2021

математика

Структура сертифікаційних робіт



рівень стандарту та профільний рівень (210 хв)



рівень стандарту (150 хв)

 № 1 - 16 з вибором однієї правильної відповіді Бланк А № 1 - 16	 № 17 - 20 на встановлення відповідності ("логічні пари") Бланк А № 17 - 20	 № 21 - 26 відкритої форми з короткою відповіддю Бланк А № 21 - 26	 № 27 - 29 відкритої форми з короткою відповіддю Бланк А	 № 30, 31 відкритої форми з розгорнутою відповіддю Бланк Б № 30, 31 (27, 28)	 № 32 - 34 відкритої форми з розгорнутою відповіддю Бланк В
--	---	--	---	---	--

ДПА/ЗНО-2021

математика

ВСЬКИЙ
ЗНАЛЬНИЙ
РОЦІНЮВАННЯ
ІСТІ ОСВІТИ

Зміст сертифікаційної роботи визначатиметься
ПРОГРАМОЮ ЗНО з математики, затвердженою
наказом Міністерства освіти і науки України
від 14.12.2019 № 1513

Перелік конкурсних предметів ЗНО
визначається Умовами прийому на навчання
до закладів вищої освіти України



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАКАЗ

м. Київ

04 12 20 19 р.

№ 1513

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Розділ: ЧИСЛА І ВИРАЗИ

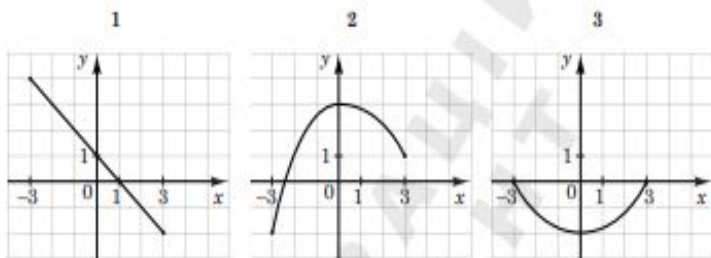
Назва розділу, теми	Зміст навчального матеріалу		Компетентності (здатності)	
	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень
Дійсні числа (натуральні, раціональні та ірраціональні), порівняння чисел та дій з ними	<ul style="list-style-type: none"> властивості дій з дійсними числами; правила порівняння дійсних чисел; ознаки подільності чисел на 2, 3, 5, 9, 10; правила знаходження найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного чисел; правила округлення цілих чисел і десяткових дробів; означення кореня n-го степеня та арифметичного кореня n-го степеня; властивості коренів; означення степеня з натуральним, цілим та раціональним показниками, їх 		<ul style="list-style-type: none"> розрізняти види чисел та числових проміжків; порівнювати дійсні числа; виконувати дії з дійсними числами; використовувати ознаки подільності; знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох чисел; знаходити неповну частку та остачу від ділення одного натурального числа на інше; перетворювати звичайний дріб у десятковий; округлювати цілі числа й десяткові дробі; використовувати властивості модуля до розв'язування задач 	<ul style="list-style-type: none"> знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне кількох чисел; перетворювати нескінченний періодичний дріб у звичайний

Шифр	Галузь знань	Код	Назва спеціальності	Конкурсні предмети		
				перший предмет	другий предмет	третій предмет
01	Освіта/Педагогіка	012	Дошкільна освіта	українська мова і література	історія України	математика або біологія
		013	Початкова освіта	українська мова і література	математика	історія України або біологія
		014	Середня освіта (за предметними спеціальностями)			
		014.01	Середня освіта (Українська мова і література)	українська мова і література	історія України	іноземна мова або географія

Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

17. На рисунках (1–3) зображено графіки функцій, кожна з яких визначена на проміжку $[-3; 3]$. Установіть відповідність між графіком (1–3) функції та властивістю (А–Д) цієї функції.

Графік функції



Властивість функції

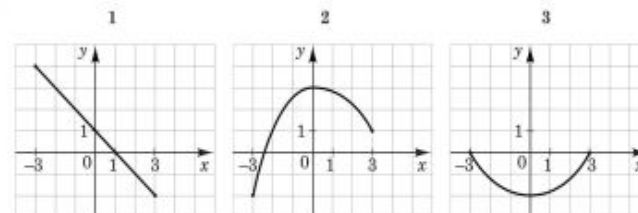
- А графік функції двічі перетинає графік функції $y = 2^x$
- Б графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 - x$
- В графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 + x$
- Г функція є непарною
- Д функція зростає на проміжку $[0; 3]$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

№
17

На рисунках (1–3) зображено графіки функцій, кожна з яких визначена на проміжку $[-3; 3]$. Установіть відповідність між графіком (1–3) функції та властивістю (А–Д) цієї функції.

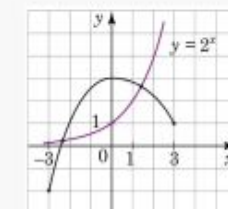
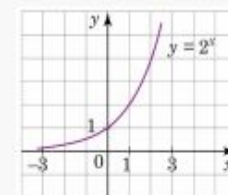
Графік функції



Властивість функції

- А графік функції двічі перетинає графік функції $y = 2^x$
- Б графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 - x$
- В графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 + x$
- Г функція є непарною
- Д функція зростає на проміжку $[0; 3]$

	А	Б	В	Г	Д
1		×			
2	×				
3					×



Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

26. Велосипедист витратив 2 години на дорогу з міста *A* до міста *B*. Мотоцикліст виїхав з міста *A* на півтори години пізніше за велосипедиста, але прибув у місто *B* одночасно з велосипедистом. Визначте відстань (у км) між містами *A* та *B*, якщо швидкість мотоцикліста на 48 км/год більша за швидкість велосипедиста. Уважайте, що велосипедист та мотоцикліст рухалися з міста *A* до міста *B* тією самою дорогою зі сталими швидкостями та без зупинок.

№
26

Велосипедист витратив 2 години на дорогу з міста *A* до міста *B*. Мотоцикліст виїхав з міста *A* на півтори години пізніше за велосипедиста, але прибув у місто *B* одночасно з велосипедистом. Визначте відстань (у км) між містами *A* та *B*, якщо швидкість мотоцикліста на 48 км/год більша за швидкість велосипедиста. Уважайте, що велосипедист та мотоцикліст рухалися з міста *A* до міста *B* тією самою дорогою зі сталими швидкостями та без зупинок.

Нехай $V_B = x$ км/год, тоді $V_M = (x + 48)$ км/год

Велосипедист витратив на дорогу від *A* до *B* 2 години, отже, відстань від *A* до *B*: $S = x \cdot 2$ (км).

Мотоцикліст витратив на дорогу від *A* до *B* $2 - 1,5 = 0,5$ години, отже, відстань від *A* до *B*: $S = (x + 48) \cdot 0,5$ (км).

$$2x = 0,5(x + 48)$$

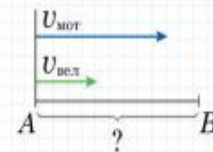
$$2x = 0,5x + 24$$

$$1,5x = 24$$

$$x = 16 \text{ (км/год)} \quad \text{Тоді відстань } S = 2x = 32 \text{ (км)}$$

Відповідь:

$$S = v \cdot t$$



Відповідь: ,



Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

30. Задано функцію $y = \sqrt{x} - 2$.

1. Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x . Результати запишіть у таблицю.

x	y
0	
	0
9	

2. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x} - 2$.
3. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.
4. Знайдіть одну з первісних $F(x)$ для функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$.
5. Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.
6. Обчисліть площу S цієї фігури.

№
30
(27) РОЗВ'ЯЗАННЯ

- 1 Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x . Результати запишіть у таблицю.

- 2,3 Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x} - 2$. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.

1

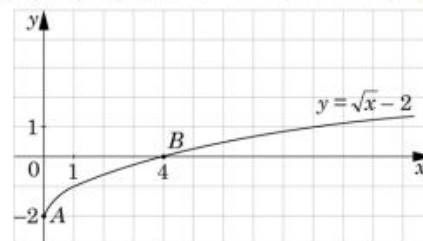
ЯКЩО $x = 0$, то $y = \sqrt{0} - 2 = -2$;

ЯКЩО $y = 0$, то $0 = \sqrt{x} - 2$; $\sqrt{x} = 2$, $x = 4$;

ЯКЩО $x = 9$, то $y = \sqrt{9} - 2 = 3 - 2 = 1$

x	y
0	-2
4	0
9	1

- 2,3 Графік функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$ зображено на рисунку.



Точки $A(0; -2)$ і $B(4; 0)$ – точки перетину графіка з осями y та x відповідно – позначено на рисунку.

Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

№
30
(27)

РОЗВ'ЯЗАННЯ

4 Знайдіть одну з первісних $F(x)$ для функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$.

5 Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.

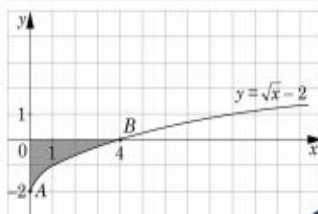
4 $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - 2$

$$F(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - 2x = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - 2x = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 2x.$$

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

5 $S = \int_0^4 \left(0 - \left(x^{\frac{1}{2}} - 2 \right) \right) dx = \int_0^4 \left(2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx.$

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$



№
30
(27)

РОЗВ'ЯЗАННЯ

6 Обчисліть площу S цієї фігури.

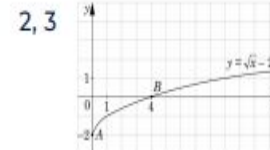
$$S = \int_0^4 \left(2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \left(2x - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} \right) \Big|_0^4 = 8 - \frac{2\sqrt{4^3}}{3} = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}.$$

формула Ньютона-Лейбніца
 $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

ВІДПОВІДЬ

1

x	y
0	-2
4	0
9	1



4 $F(x) = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 2x.$

5 $S = \int_0^4 \left(2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx.$

6 $S = \frac{8}{3}.$

Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

№
30
(27)

- 1 Якщо учасник правильно заповнив таблицю, то він отримує 1 бал.
- 2 Якщо учасник правильно побудував графік функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$, то він отримує ще 1 бал.
- 3 Якщо учасник правильно позначив на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та вказав їх координати, то він отримує ще 1 бал.
- 4 Якщо учасник правильно записав одну з первісних $F(x)$ функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$, то він отримує ще 1 бал.
- 5 Якщо учасник правильно записав формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат, то він отримує ще 1 бал.
- 6 Якщо учасник правильно визначив площу S цієї фігури, то він отримує ще 1 бал.

Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

31. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ з основою $ABCD$ бічне ребро утворює з площиною основи кут β . Довжина бічного ребра дорівнює 12.

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та позначте кут β між бічним ребром SA та площиною основи піраміди.
2. Визначте довжину висоти піраміди.
3. Знайдіть об'єм піраміди $SABCD$.



№
31
(28)

РОЗВ'ЯЗАННЯ

3. Знайдіть об'єм піраміди $SABCD$.

З прямокутного трикутника SOA визначимо AO

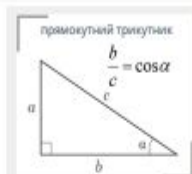
$$AO = SA \cdot \cos\beta = 12 \cos\beta$$

Знайдемо площу квадрата $ABCD$

$$S_{ABCD} = \frac{(2AO)^2}{2} = 288 \cos^2\beta$$

Визначимо об'єм піраміди $SABCD$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 288 \cos^2\beta \cdot 12 \sin\beta = 1152 \cos^2\beta \sin\beta.$$

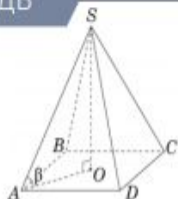


$$S_{\text{квадрата}} = \frac{d^2}{2}$$

правильна піраміда

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

ВІДПОВІДЬ



1

2 $SO = 12 \sin\beta$

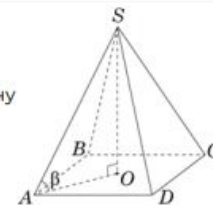
3 $V_{SABCD} = 1152 \cos^2\beta \sin\beta.$

№
31
(28)

РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та позначте кут β між бічним ребром SA та площиною основи піраміди.
2. Визначте довжину висоти піраміди.

1. Правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ зображено на рисунку, SO - висота піраміди. OA - проекція SA на площину основи піраміди ($ABCD$), тоді $\angle SAO = \beta$



2. З прямокутного трикутника SOA визначимо висоту SO

$$SO = SA \cdot \sin\beta = 12 \sin\beta$$



СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

1. Якщо учасник зобразив правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та показав кут β між бічним ребром SA та площиною основи піраміди, то він отримує 1 бал.
2. Якщо учасник правильно визначив довжину висоти піраміди, то він отримує ще 1 бал.
3. Якщо учасник правильно визначив площу основи піраміди, то він отримує ще 1 бал.
4. Якщо учасник правильно визначив об'єм піраміди, то він отримує ще 1 бал.

ЗАУВАЖЕННЯ

Якщо учасник правильно показав кут β між бічним ребром SA та площиною основи піраміди, але припустився помилки при знаходженні висоти піраміди (чи відрізка AO) і з урахуванням своєї помилки визначив об'єм піраміди, то за п. 2 і п. 4 (чи п. 3 і п. 4) він отримує лише 1 бал.

№
31
(28)

Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

Розв'яжіть завдання 32-34. Запишіть у бланку В послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

32. Відповідно до умови завдання 31:

- Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та укажіть лінійний кут γ двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди. Обґрунтуйте його положення.
- Визначте кут γ .



№
32

РОЗВ'ЯЗАННЯ

- Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та укажіть лінійний кут γ двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди. Обґрунтуйте його положення.
- Визначте кут γ .

- Правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ зображено на рисунку. SO - висота піраміди.

CD - пряма перетину площин (SCD) і (ABC) . Проведемо $SK \perp CD$, $SK \in (SCD)$. Оскільки SO - висота піраміди, $SO \perp (ABC)$, тоді OK - проекція SK на (ABC) . За теоремою про три перпендикуляри $OK \perp CD$, отже $\angle SKO$ є лінійним кутом двогранного кута при ребрі CD основи піраміди.

- $AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2AO}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}AO = 12\sqrt{2} \cos \beta$.

$OK \parallel AD$, OK - середня лінія трикутника ACD , отже, $OK = \frac{1}{2}AD = 6\sqrt{2} \cos \beta$.

З прямокутного трикутника SOK ($\angle SOK = 90^\circ$) отримуюмо

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{SO}{OK} = \frac{12 \sin \beta}{6\sqrt{2} \cos \beta} = \sqrt{2} \operatorname{tg} \beta, \text{ тоді } \gamma = \operatorname{arctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} \beta).$$

ВІДПОВІДЬ

$$\gamma = \operatorname{arctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} \beta)$$

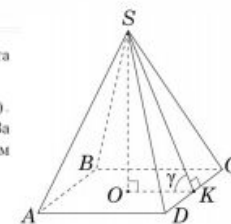


СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

№
32

- Якщо учасник показав лінійний кут γ двогранного кута при ребрі основи піраміди $SABCD$ й обґрунтував його положення, то він отримує 1 бал.
- Якщо учасник правильно визначив кут γ (або будь-яку тригонометричну функцію цього кута), то він отримує ще 1 бал.

Розбір окремих завдань демонстраційного варіанта сертифікаційної роботи з математики

33. Доведіть, що $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$ для всіх дійсних чисел x та y .



№
33

ДОВЕДЕННЯ

Доведіть, що $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$ для всіх дійсних чисел x та y .

Розглянемо й перетворімо різницю

$$\begin{aligned}x^4 + y^4 - (x^3y + xy^3) &= (x^4 - x^3y) + (y^4 - xy^3) = x^3(x - y) + y^3(y - x) = \\ &= x^3(x - y) - y^3(x - y) = (x^3 - y^3)(x - y).\end{aligned}$$

Отже, потрібно довести, що $(x^3 - y^3)(x - y) \geq 0$ для всіх дійсних чисел x та y .

Розглянемо випадки:

- 1 $x = y$, тоді нерівність набуває вигляду $0 \geq 0$, отже, є правильною;
- 2 $x > y$, тоді $x - y > 0$, $x^3 > y^3$, $x^3 - y^3 > 0$, отже, $(x^3 - y^3)(x - y) > 0$;
- 3 $x < y$, тоді $x - y < 0$, $x^3 < y^3$, $x^3 - y^3 < 0$, отже, $(x^3 - y^3)(x - y) > 0$.

Нерівність доведено.

СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

№
33

- 1 Якщо учасник розглянув різницю лівої і правої частин нерівності й перетворив її у добуток $(x - y)(x^3 - y^3)$ або $(x - y)^2(x^2 + xy + y^2)$, то він отримує 2 бали.
- 2 Якщо учасник обґрунтував, що вираз $(x - y)(x^3 - y^3)$ може набувати лише невід'ємних значень, то він отримує ще 1 бал.

ЗАУВАЖЕННЯ

Якщо учасник під час перетворення різниці лівої і правої частин нерівності зробив арифметичну помилку, то за все завдання, він отримує лише 1 бал.

ДПА/ЗНО-2021

математика

Довідкові матеріали

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0 \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Степені

$$a^1 = a, a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \text{ для } a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0, \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

$$a^m = \sqrt[m]{a^n}, a > 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}, \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x, \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n-1), S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{h}{n}$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, (q \neq 1)$$

Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!, C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Похідна функції

C, a – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u \cdot v)' = u'v + uv'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$\int f(x)dx = F(x) + C = F(b) - F(a) \text{ – формула Ньютона-Лейбніца}$$

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_0, \cos \alpha = x_0, \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

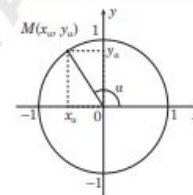
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha, \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha, \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha, \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}, \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутник

Довільний трикутник

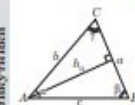
$$p = \frac{a+b+c}{2}, a+b+\gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

$$R - \text{радіус кола, описаного навколо трикутника } ABC$$

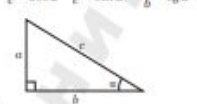
$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a, S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha, S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



Прямокутний трикутник

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha, \frac{a}{c} = \sin \alpha, \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутник

Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_0 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_0 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_0 = 2\pi R H$$

Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_0 = \pi R L$$

Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори

$$A(x_1, y_1, z_1), M(x_0, y_0, z_0), B(x_2, y_2, z_2), x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}, z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1), |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\overline{a} \cdot \overline{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cos \varphi$$

Кінець дошки

Інформаційна підтримка

вул. Міста Шалетт, 1а
м. Київ, 02192
(для листування: а/с 86, м.Київ, 02192)

(044) 360-70-04
(044) 361-42-17
телефони
гарячої лінії
КРЦОЯО



<http://kyivtest.org.ua>
сайт Київського
регіонального центру
оцінювання якості
освіти (КРЦОЯО)

(044) 486-09-67
телефон гарячої лінії
УЦОЯО

<http://testportal.gov.ua>
сайт Українського центру
оцінювання якості освіти
(УЦОЯО)